

Messunsicherheit von Koordinatenmessungen

Measurement Uncertainty of Coordinate Measurements

F. Härtig, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin

M. Hernla, Dortmund

Kurzfassung

Koordinatenmessungen werden auf Messgeräten mit unterschiedlicher Kinematik und Sensorik ausgeführt. Der Beitrag erläutert, mit welchen normgerechten Verfahren Koordinatenmessungen auf die SI-Einheiten rückgeführt werden können. Hierzu werden drei gängige Methoden zur Abschätzung einer Messunsicherheit erläutert. Diese sind: Abschätzung der erweiterten Messunsicherheit durch Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz, experimentelle Abschätzung der Messunsicherheit und Abschätzung der Messunsicherheit durch Simulation.

Abstract

Coordinate measurements are carried out on measuring instruments with different Kinematics and detection system. The contribution clarifies which standard and procedures would be appropriate for the traceability of the coordinate measurements to the SI unit.

For this purpose, three major reliable methods for the approximate or estimation of measurement uncertainty are explained. These include: Estimation of the expanded uncertainty by establishing the error budget, experimental estimation of the uncertainty and estimation of the uncertainty through simulation.

1. Einleitung

Mit der Angabe einer Messunsicherheit werden Messgrößen quantifizierbar und damit der Vergleich von Maßen erst zuverlässig möglich. Dies gilt insbesondere für technische Messgrößen. Der Maßvergleich ist seit Menschengedenken wesentlich für das gesellschaftliche Zusammenleben und Grundlage unseres täglichen Handelns. Es war daher immer ein Bestreben, Systeme aufzubauen, an denen sich der Handel orientieren konnte. Mit zunehmender Mobilität des Menschen und der damit verbundenen Ausbreitung der Handelsräume wurde es notwendig, allgemein akzeptierte Regeln festzulegen und Voraussetzungen zu schaffen, anhand derer sich Waren messen und vergleichen lassen konnten [1]. Aus Eisen

geschmiedete oder in Stein gemeißelte Ellen als Längeneinheit, wie sie heute noch an öffentlichen Gebäuden, etwa Kirchen und Rathäusern, zu sehen sind, zeugen von einer Zeit, in der die Städte die Maßverkörperungen individuell festlegten. Im globalen Markt beziehen sich heute alle technischen Maße auf die international festgelegten Einheiten des International System of Units, die sogenannten SI-Einheiten [2]. Viele Länder, darunter alle führenden Wirtschaftsnationen, haben sich dem SI-Einheitensystem angeschlossen.

Im Bereich der Längenmesstechnik haben sich Koordinatenmessgeräte etabliert. Ihre wesentliche Eigenschaft besteht darin, Maß-, Form-, Lage- und vereinzelt auch Rauheitsparameter flexibel objektbezogen und aufgabenspezifisch zu erfassen. Ihr Durchbruch kam in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts mit der technischen Entwicklung programmierbarer Maschinensteuerungen und computergestützter Messdatenverarbeitungen. Anfangs bestanden diese Messgeräte aus rechtwinklig angeordneten Verfahrachsen und taktilen Messköpfen, an denen Taststifte angebracht waren. Die Messobjekte wurden berührend angetastet. Mit zunehmender Leistungsfähigkeit haben inzwischen eine Vielzahl optischer Sensoren Einzug in die Koordinatenmesstechnik erhalten. Dies waren auch die Anfänge, in denen taktile und optische Sensoren gemeinsam in Multisensormessgeräte integriert wurden. Seither ist es möglich, in Abhängigkeit von der Messaufgabe Strukturen auf einem Messobjekt mit dem jeweils geeigneten Sensor zu messen. Die Kombination unterschiedlicher Sensoren hat letztlich dazu geführt, den Begriff „Koordinatenmesstechnik“ weiter zu fassen. Heute versteht man darunter Längenmesssysteme, die unabhängig vom Sensor oder ihrer Kinematik innere und äußere 1D- bis 3D-Strukturen erfassen. Vertreter dieser Koordinatenmessgeräte sind daher auch industrielle Computertomographen, Laserradarsysteme, Netzwerke aus nachführbaren Interferometern wie Lasertracker, die im Verbund als Multilaterationssystem messen, oder Indoor-GPS-Systeme.

So vorteilhaft die Vielfalt und auch die Universalität der Koordinatenmessgeräte ist, ein Vergleich von Messwerten gleicher Messgrößen an einem Werkstück ist nur mit der Angabe der Messunsicherheit möglich. Im folgenden werden die wichtigsten Grundlagen hierfür erläutert.

2. Grundlagen

Als weltweit höchste Autorität der Messtechnik hatte das Bureau Internationale des Poids et Mesures (BIPM) Ende des letzten Jahrhunderts beschlossen, formale und bindende Grundlagen zu erstellen, anhand derer Messwerte untereinander verglichen werden müssen [3]. Das für die Erstellung einberufene Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) setzt sich aus den acht internationalen Organisation BIPM, International Electrotechnical

Commission (IEC), International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine (IFCC), International Laboratory Accreditation Cooperation (ILAC), International Organization for Standardization (ISO), International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC), International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP) und International Organization of Legal Metrology (OIML) zusammen. Wichtigster Vertreter für die Koordinatenmesstechnik ist die ISO.

Bis heute hat das JCGM zwei grundlegende und für die Messtechnik verbindliche Dokumente erarbeitet, auf die sich die quantitative Bewertung von Messergebnissen innerhalb der Metrologie stützt [4]:

- Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) [5]
- International vocabulary of metrology. Basic and general concepts and associated terms (VIM) [6]

International bindend beschreibt der GUM Verfahren zur Abschätzung der Messunsicherheit. Als ISO-Direktive ist er grundlegend für die Ausarbeitung von ISO-Normen. Im wesentlichen richtet sich der GUM nach der Wahrscheinlichkeitstheorie von Bayes und Laplace. Dies war notwendig geworden, da die bis dahin allgemein verbreiteten Ansätze der angewandten Fehlerrechnung unzureichend waren, um alle signifikanten Einflussgrößen zur Abschätzung einer erweiterten Messunsicherheit zu berücksichtigen. Auslöser war nicht zuletzt die unzureichende Berücksichtigung systematischer Abweichungen. Sie ist im GUM nun festgelegt. Die englische Fassung des GUM steht auf den Internetseiten des BIPM [7] kostenlos zur Verfügung.

Ergänzend zum GUM werden im VIM wesentliche Begriffe der Messtechnik definiert. Die englische Fassung des VIM kann ebenfalls über die Internetseiten des BIPM kostenlos heruntergeladen werden [8]. Eine kostenpflichtige Deutsch-Englische Fassung wird seit kurzem über den Beuth-Verlag angeboten [9].

Für viele Anwender ist der theoretisch aufgebaute GUM nur schwer verständlich. Aus diesem Grund sind mittlerweile Richtlinien und Normen erschienen, die eine praxisgerechte Umsetzung der Messunsicherheitsermittlung ermöglichen sollen. Für die Koordinatenmesstechnik sind eignen sich hierzu Dokumente der Reihen ISO 15530 [10], VDI/VDE 2617 [11, 12], VDA [13] und des DKD [14]. Insbesondere die Richtlinie DKD-3 „Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen“ ist zu empfehlen, da sie wesentliche Grundlagen des GUM übersichtlich und verständlich darstellt. Beim Gebrauch dieser Dokumente ist jedoch Vorsicht geboten. Dies hat zweierlei Gründe. Zum einen war den Verfassern die Interpretation des GUM selbst nicht immer verständlich, beispielhaft ist hier die fehlerhafte

Behandlung systematischer Abweichungen zu nennen, zum anderen ist im vergangenen Jahr ein überarbeitetes VIM erschienen. Die deutsche Übersetzung erschien im Frühjahr diesen Jahres. In beiden Dokumenten sind Begriffe geändert bzw. neu eingeführt worden. Diese sind verständlicherweise in den zuvor erschienenen Dokumenten nicht zu finden.

Nach dem GUM Kap. 6.2 ist die Angabe eines Messergebnisses nur dann vollständig, wenn neben dem Messwert y als bester Schätzer der Messgröße Y eine dem Messwert zugeordnete Angabe, die sogenannte erweiterte Messunsicherheit U^1 angegeben ist:

$$Y = y \pm U \quad (1)$$

Sind mehrere Messungen erfolgt, so kann zur Darstellung des Messwertes y im Prinzip jeder der angezeigten Werte herangezogen werden (VIM 2.10). Gewöhnlich wird jedoch ein resultierender Messwert angegeben, der sich beispielsweise aus dem Mittelwert oder dem Median der einzelnen Anzeigewerte ergibt.

Die erweiterte Messunsicherheit U (VIM 2.35) oder auch die Überdeckungswahrscheinlichkeit (VIM 3.37) sind dabei ein Maß für das Vertrauen, mit dem ein Messwert angegeben wird. Zur vollständigen Interpretation müsste eigentlich zusätzlich ein Index U_{ind} angegeben werden, der diesen Vertrauensbereich kennzeichnet. In technischen Anwendungen wird oftmals die erweiterte Messunsicherheit U_{95} angegeben. In diesem Bereich ist der wahre Wert mit einer 95%-igen Wahrscheinlichkeit zu erwarten. Meist wird für diesen Fall auf die Angabe des Index verzichtet.

Bekannt ist auch der Zusammenhang nach Gleichung (2):

$$U = k \cdot u \quad (2)$$

Hierbei ist k der Erweiterungsfaktor und u die Standardunsicherheit.

Es lohnt sich, auf Gleichung (2) gesondert einzugehen, da die Bedeutung und damit die Anwendung der einzelnen Terme oft nicht vollständig verstanden scheinen. Die kombinierte Standardmessunsicherheit u (VIM 2.31) ist ein Wert für die Messunsicherheit. Sie errechnet sich unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Messgröße aus den n Messwerten x_i und dem Mittelwert \bar{x} nach der formalen Vorschrift (3):

¹ GUM und VIM empfehlen die Angabe aller relevanter Messdaten und -informationen, die zur Ermittlung der Messunsicherheit herangezogen wurden

$$u = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

U wird, wie zuvor erläutert, erweiterte Messunsicherheit genannt. Bei dieser Größe handelt es sich jedoch um keine Unsicherheit, sondern um einen Bereich, in dem der wahre Wert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Überdeckungsintervalls (VIM 2.36) zu erwarten ist. Die Grenzen dieses Bereiches ergeben sich allein aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Messwerte. Der Erweiterungsfaktor k ist somit die einzig variable Größe und muss in Abhängigkeit von den vorgegebenen Größen U und u berechnet werden! In vielen Fällen kann beobachtet werden, dass k fälschlicherweise als Konstante z. B. mit dem Wert $k=2$ fest angenommen und aus den Angaben der kombinierten Standardunsicherheit u und des Erweiterungsfaktors k ein Wert für die erweiterte Messunsicherheit U ausgerechnet wird.

3. Ermittlung der Messunsicherheit

Zur Abschätzung der Messunsicherheit von Koordinatenmessungen stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung, von denen die wichtigsten hier genannt werden:

- Abschätzung der Messunsicherheit durch Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz
- Experimentelle Abschätzung der Messunsicherheit
- Abschätzung der Messunsicherheit durch Simulation

3.1 Abschätzung der Messunsicherheit durch Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz

Das Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz (auch: Messunsicherheitsbudget) erfordert die Kenntnis aller signifikanten Einflüsse auf die Messgröße sowie deren Zusammenwirken. Dieses wird durch das mathematische Modell der Messung beschrieben:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

X_i Eingangsgrößen

f Modellfunktion

Die Einflüsse auf die Messgröße werden in einer Modellfunktion f , bestehend aus einer Folge linearisierter Größen, beschrieben. Handelt es sich bei den Größen um unkorrelierte Werte, so werden die Unsicherheitsbeiträge nach dem Ansatz der Varianzenfortpflanzung unter der

Wurzel quadratisch addiert. Die in Gleichung (4) aufgeführten Variablen c_i beschreiben die sogenannten Sensitivitätskoeffizienten. Sie geben an, wie sich eine Änderung einer einzelnen Einflussgröße auf die Messgröße auswirkt (Gewichtung). Als Ergebnis erhält man einen Wert für die kombinierte Standardmessunsicherheit:

$$u = \sqrt{c_1 u(x_1)^2 + c_2 u(x_2)^2, \dots, c_n u(x_n)^2} \quad (4)$$

Das Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz erfordert die tiefgreifende Kenntnis aller signifikanten Einflussgrößen von einem Messprozess. Diese kommen im wesentlichen aus dem Messgerät, dem Messverfahren, den Umgebungsbedingungen und dem zu prüfenden Werkstück. Die Ermittlung der Einflussgrößen bezieht sich dabei oft auf einfache, jedoch hochgenaue Normale. Für die Länge sind das beispielsweise Endmaße oder Laserinterferometer. In Kenntnis der Messaufgabe werden diese Maßverkörperungen so gemessen, dass systematische und zufällige Abweichen der Messvorgänge der eigentlichen Messaufgabe erfasst und im Bezug auf die SI-Einheit Meter quantifiziert werden. In der Koordinatenmesstechnik besteht die besondere Herausforderung darin, die 1D-Längen der Normale auf die 3D-Messgrößen der Prüflinge zu übertragen. In der Regel führt dies zu einem hohen Messaufwand. Messunsicherheitsbilanzen werden daher bevorzugt von wissenschaftlichen Einrichtungen und Kalibrierlaboratorien angewandt.

3.2 Experimentelle Abschätzung der Messunsicherheit

Die experimentelle Ermittlung der erweiterten Messunsicherheit eignet sich besonders für die praktische Anwendung. Sie setzt ein kalibriertes Normal sowie Kenntnisse über den Messvorgang und die Auswertung voraus. In Anlehnung an [10] errechnet sich die erweiterte Messunsicherheit aus (5):

$$U = k \sqrt{u_{cal}^2 + u_p^2 + u_w^2 + u_b^2} \quad (5)$$

Hierin ist u_{cal} die Standardmessunsicherheit des Normals, u_p die Standardmessunsicherheit, die aus dem Messprozess abgeleitet wird, u_b^2 die Standardmessunsicherheit die die Unsicherheit der systematischen Abweichung beschreibt und u_w die Standardmess-

² Dieser Term ist nicht zu verwechseln mit der systematischen Abweichung b selbst, die in Kapitel 3.4 separat behandelt wird.

unsicherheit, die dem Werkstück zuzuordnen ist. Weichen Geometrie oder Materialeigenschaften von Normal und Werkstück signifikant voneinander ab, so sind zusätzliche Standardmessunsicherheiten abzuschätzen und zu berücksichtigen.

3.3 Abschätzung der Messunsicherheit durch Simulation

Die Ermittlung der erweiterten Messunsicherheit durch Simulation [12] gewinnt zunehmend an Bedeutung. Mit dieser Methode lassen sich auch nichtlineare Zusammenhänge innerhalb einer Modellfunktion modellieren und abschätzen. Im Bereich der Koordinatenmesstechnik wurde die Simulationsmethode bereits vor 15 Jahren eingeführt. Mit ihr ist es möglich, an einem universellen Messgerät eine aufgabenspezifische Messunsicherheit quasi vollautomatisch abzuschätzen. Eine bekannte Implementierung ist das sogenannte Virtuelle Koordinatenmessgerät [12]. Es hat sich vor allem im Bereich der PTB und einigen Kalibrierlaboratorien etabliert. Auch wenn die Bedienung vergleichsweise einfach ist, so erfordert die Installation einmalig einen hohen Aufwand. Sie kann derzeit nur von wenigen Experten durchgeführt werden. Das virtuelle Koordinatenmessgerät wird von einigen Koordinatenmessgeräteherstellern als Produkt angeboten.

3.4 Systematische Abweichungen

Die Berücksichtigung systematischer Abweichungen bei der Angabe einer Messunsicherheit ist bereits seit Gauß bekannt [15, 16, 17]. In den vergangenen Jahren schien dieses Wissen gerade im Bereich der Koordinatenmesstechnik in Vergessenheit geraten zu sein. So finden sich heute noch Dokumente [10, 13], in denen falsche Berechnungsvorschriften aufgeführt sind.

Um Klarheit und insbesondere eine einheitliche Betrachtungsweise für die Behandlung systematischer Abweichungen zu gewährleisten, hat die PTB eine Erklärung [18] veröffentlicht, in der die Berücksichtigung systematischer Abweichungen eindeutig festgelegt ist, und die wegen der Aktualität hier auszugsweise wiedergegeben wird.

Grundsatz:

Der GUM beschreibt in 3.2.3 und 3.2.4, wie systematische Abweichungen zu behandeln sind. Er geht davon aus, dass „alle erkannten signifikanten systematischen Einflüsse korrigiert wurden“ (GUM, 3.2.4). Das Ergebnis wird in der üblichen Form

$$Y = y \pm U = y \pm k \cdot u_c(y) \quad (6)$$

angegeben, wobei in der erweiterten Messunsicherheit U bzw. in der kombinierten Standardmessunsicherheit $u_c(y)$ auch die Unsicherheit der durchgeführten Korrektur berücksichtigt ist.

Ausnahme, die vermieden werden sollte:

Falls, entgegen den Empfehlungen des GUM, der unkorrigierte Schätzwert $y'=y+b$ angegeben wird, so muss die nicht korrigierte Abweichung b in der kombinierten Standardmessunsicherheit berücksichtigt werden. Diese berechnet sich dann nach (7):

$$u_c(y') = \sqrt{u_c^2(y) + b^2} \quad (7)$$

$u_c(y)$: kombinierte Standardmessunsicherheit aller signifikanten Messunsicherheitsanteile, auch der nicht korrigierten systematischen Abweichung

b : nicht korrigierte systematische Abweichung

Die kombinierte Standardmessunsicherheit $u_c(y)$ zum Schätzwert y der Messgröße Y (Modell: $Y = X_1 + \dots + X_N - B$) berechnet sich nach Gleichung (8):

$$u_c(y) = \sqrt{(c_1 u(x_1))^2 + \dots + (c_N u(x_N))^2 + u^2(b)} \quad (8)$$

$u(x_i)$: Standardmessunsicherheit der Größe X_i mit $i = 1, \dots, N$

c_i : Sensitivitätskoeffizienten (GUM 5.1.3)

$u(b)$: Standardmessunsicherheit der systematischen Abweichung (Größe B)

3.5 Weitere Ansätze zur Abschätzung der Messunsicherheit

In [11] wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem an einfachen Formelementen wie Geraden, Ebenen, Kreisen und Zylindern die Messunsicherheit für Prüfmerkmale wie Abstände, Durchmesser sowie Form- und Lageabweichungen abgeschätzt werden. Eingangsparmeter sind unter anderem die für Koordinatenmessgeräte üblicherweise spezifizierten Grenzwerte der Längenmessabweichungen, MPE_E .

Das Verfahren wird bisher nur für eine begrenzte Auswahl von Messgrößen eingesetzt, da die entsprechenden Messunsicherheitsbilanzen natürlich erstmal erarbeitet werden müssen. Eine mögliche Bestätigung der GUM-Konformität durch die PTB wird zur Zeit diskutiert. Aus diesem Grund sind Kalibrierungen im Rahmen der Deutschen Akkreditierungsstelle (DAkkS)

auch nur in Ausnahmefällen zugelassen. Vergleiche haben aber gezeigt, dass die Messunsicherheiten unter Verwendung dieses Verfahrens eher zu hoch als zu niedrig und somit vergleichsweise sicher abgeschätzt werden.

Zusammenfassung

Koordinatenmessgeräte sind universelle 3D Längenmessgeräte. In ihrem Arbeitsbereich eignen sie sich für die Messung nahezu beliebiger Maß-, Form-, Lage- und vereinzelt auch zu Welligkeits- und Rauheitsmessgrößen. Um ein vollständiges Messergebnis anzugeben, benötigt es neben der Angabe des Messwertes auch die Angabe einer Messunsicherheit. Diese muss nach international vereinbarten Regeln auf Grundlage des GUM für jede Messaufgabe aufgabenspezifisch abgeschätzt werden. Hierzu bieten sich drei Methoden an, die Abschätzung der erweiterten Messunsicherheit durch Aufstellen einer Messunsicherheitsbilanz, die experimentelle Abschätzung der Messunsicherheit oder die Abschätzung der Messunsicherheit durch Simulation. Zahlreiche Normen und Richtlinien geben Hinweise, wie diese Verfahren anzuwenden sind. Gerade im Bereich der Koordinatenmesstechnik sind diese Dokumente eine große Hilfe, dennoch ist bei ihrer Anwendung Vorsicht geboten, da beispielsweise die Berücksichtigung systematischer Abweichungen oft nicht GUM-konform vorgenommen wird. Zudem haben sich mit der Neuerscheinung des VIM einige Begriffe geändert.

Literatur

- [1] Guedj D.; Die Geburt des Meters, ISBN-10: 3593344297, Campus 1991
- [2] <http://www.bipm.org/en/si>
- [3] Committee structure of the Metre Convention; <http://www.bipm.org/en/committees>
- [4] JCGM - Joint Committee for Guides in Metrology;
<http://www.iso.org/sites/JCGM/JCGM-introduction.htm>
- [5] Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM), ISO/IEC Guide 98-3:2008
- [6] International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms VIM, 3rd edition, JCGM 200:2008
- [7] <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>
- [8] <http://www.bipm.org/en/publications/guides/vim.html>
- [9] Internationales Wörterbuch der Metrologie, ISBN 3-410-20070-3, 2010

- [10] ISO/DIS 15530-3; Geometrical product specifications (GPS) -- Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement -- Part 3: Use of calibrated workpieces or standards, 2009
- [11] VDI/VDE 2617-11; Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten - Kenngrößen und deren Prüfung - Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Messunsicherheitsbilanzen, 2009
- [12] VDI/VDE 2617-7; Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten - Kenngrößen und deren Prüfung - Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Simulation, 2008
- [13] Prüfprozesseignung - Prüfmittel, Prüfprozesse und Messunsicherheiten; VDA 5 / 1. Auflage 2003
- [14] DKD-3; Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen; Ausgabe 1; 1998;
http://www.dkd.eu/dokumente/Schriften/dkd_3.pdf
- [15] Gauss C. F.; *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*; 1809; ETH-Bibliothek Zürich
- [16] Lira I. H., Wöger W.; Evaluation of the uncertainty associated with a measurement result not corrected for systematic effects, Institute of Physics, Bristol, 1998
- [17] Härtig F., Krystek M.; Correct treatment of systematic errors in the evaluation of measurement uncertainty, the 9th international symposium on measurement technology and intelligent instruments ISMTII-2009, volume 1
- [18] PTB; Messunsicherheit, Behandlung systematischer Abweichungen; 2010;
http://www.ptb.de/de/publikationen/download/dl_gum.html